ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Programmes cycle 2	
Connaissances	**Capacités**
Repérage, orientation - Connaître et savoir utiliser le vocabulaire lié aux positions relatives d'objets ou à la description de déplacements (devant, derrière, entre, à gauche de, à droite de, sur, sous, dessus, dessous, au-dessus de, en dessous de) :	- Situer un objet, une personne par rapport à soi ou par rapport à une autre personne ou à un autre objet ; - Situer des objets d'un espace réel sur une maquette ou un plan, et inversement situer dans l'espace réel des objets placés sur une maquette ou un plan ; - Repérer et coder des cases et des nœuds sur un quadrillage.
Relations et propriétés : alignement, angle droit, axe de symétrie, égalité de longueurs - Connaître et savoir utiliser le vocabulaire : aligné, angle droit.	- Percevoir ces relations sur un objet, un ensemble d'objets, ou sur un dessin pour *le reproduire ou* le décrire. - Vérifier ces relations ou réaliser des tracés en urilisant des instruments (gabarits de longueurs ou d'angle droit, règle) et des techniques (pliage, calque, papier quadrillé).
Solides : cube, pavé droit - Connaître et savoir utiliser le vocabulaire approprié : cube, pavé droit, face, arête, sommet.	- Distinguer un cube ou un pavé droit, de manière perceptive, parmi d'autres solides.
Figures planes : triangle, carré, rectangle, cercle - Distinguer ces figures, de manière perceptive, parmi d'autres figures planes ; - Connaître et savoir utiliser le vocabulaire approprié : carré, rectangle, triangle, cercle, côté, sommet.	*- Vérifier si une figure est un carré ou un rectangle en ayant recours aux propriétés (longueurs des côtés et angles droits) et en utilisant les instruments ;* - Reproduire ou compléter une figure sur papier quadrillé ; - Vérifier si deux figures sont superposables à l'aide de techniques simples (superposition effective, calque).

Programme cycle 3	
Connaissances	**Capacités**
Repérage, utilisation de plans, de cartes - Repérer une case ou un point sur un quadrillage ; - Connaître les points cardinaux et leur incidence sur une carte ou un plan, en liaison avec la géographie	Dans des cas concrets (plan de classe, d'école, du quartier, de ville, carte routière, carte de France, d'Europe) : - Savoir se situer par rapport à des repères fixes (porte, mairie, Paris, pays limitrophes) ; - Savoir représenter un déplacement simple sur une carte ou un plan ; - Savoir évaluer une distance entre deux objets ou deux lieux en utilisant les indication s de longueur données par le plan ou la carte, par lecture directe sans devoir recourir à l'échelle.
Relations et propriétés : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale - Connaître et savoir utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie.	- Vérifier à l'aide des instruments : l'alignement de points (règle), l'égalité des longueurs de segments (compas ou instrument de mesure), la perpendicularité (équerre) et le parallélisme entre droites (écart constant), et effectuer les tracés correspondants ; - Trouver le milieu d'un segment ; percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie et le vérifier en utilisant différentes techniques (pliage, papier calque, miroir) ; - Compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir ; - Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée.
Figures planes : triangle (et cas particuliers), carré, rectangle, losange, cercle - Connaître et savoir utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : triangle, triangle rectangle, *triangle isocèle, triangle équilatéral,* carré, rectangle, losange, cercle ; sommet, côté ; centre, rayon et *diamètre* pour le cercle.	- Reconnaître de manière perceptive une figure plane (en particulier dans une configuration plus complexe), en donner le nom, vérifier son existence en ayant recours aux propriétés et aux instruments ; - Décomposer une figure en figures simples ; - Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), soit à partir d'un modèle, soit à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée ; - Tracer un cercle dont on connaît le centre et le rayon ; *- Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque*.
Solides : cube, parallélépipède rectangle - Connaître et savoir utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : cube, parallélépipède rectangle ; sommet, arête, face.	- Percevoir un solide, en donner le nom, vérifier certaines propriétés relatives aux faces ou arêtes d'un solide à l'aide des instruments ; *- Décrire un solide en vue de l'identifier dans un lot de solides divers ou de le faire reproduire sans équivoque ;* *- Construire un cube ou un parallélépipède rectangle ;* *- Reconnaître, construire ou compléter un patron de cube, de parallélépipède rectangle.*
Agrandissement, réduction - Savoir quand une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre figure.	- Réaliser, dans des cas simples, des agrandissements ou des réductions de figures planes ; - Contrôler si une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre figure.

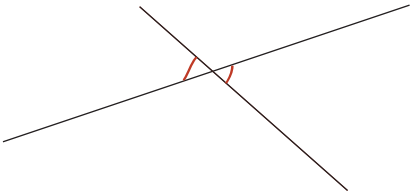
Droites

• Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.
• Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.
• Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.
• Si AC + CB = AB alors A, C et B sont alignés.
• Si trois points distincts A, B et C sont tels que (AB) est parallèle à (BC) alors on peut affirmer que A, B et C sont trois points alignés.

Angles

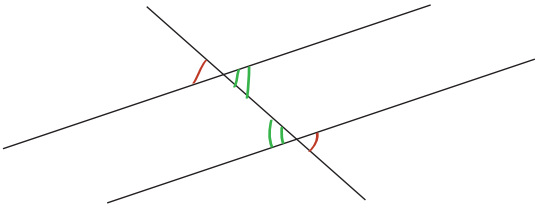
Angles opposés par le sommet :

• Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

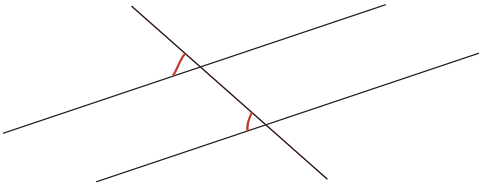


Angles alternes-internes et alternes-externes:

• Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite coupe ces deux droites, alors les angles formés de part et d'autre de la troisième droite sont égaux. Ceux situés entre les deux parallèles sont alternes-internes, ceux à l'extérieur sont alternes-externes.



Angles correspondants :



Angles complémentaires : Des angles sont complémentaires si leur somme est égale à 90°.

Polygones

C'est une figure plane définie par des arêtes. (Triangles, quadrilatères, pentagones, hexagones, heptagones, octogones, nonagones, décagones, hendécagones, dodécagones…

Triangles

Somme des angles :

La somme des angles d'un triangle vaut toujours 180°.

triangle isocèle

• Dans un triangle isocèle ABC de sommet principal A, AB = AC

• Dans un triangle isocèle ABC de sommet principal A, $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$.

Triangle équilatéral

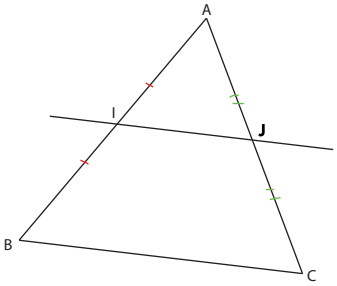
• Tous les côtés sont égaux.

• Tous les angles font 60°.

• Tout triangle équilatéral est un triangle isocèle mais tout triangle isocèle n'est pas nécessairement équilatéral.

Droite des milieux

• Si dans un triangle ABC, I est le milieu de [AB], d est la droite qui passe par I et qui est parallèle à (BC), J est le point d'intersection de d et de (AC) alors par le théorème dit *de la droite des milieux*, on peut affirmer que d'une part J est le milieu de [AC] et d'autre part que IJ= 1/2BC.

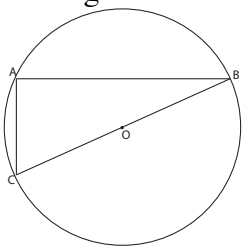


• Si dans un triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC] alors par le théorème dit *de la droite des milieux*, on peut affirmer que d'une part (IJ) est parallèle à (BC) et d'autre part que IJ= 1/2BC.

Triangle rectangle :

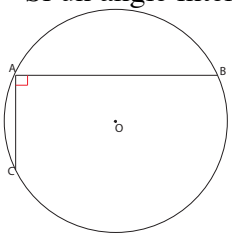
• Un triangle ABC rectangle en A admet pour cercle circonscrit , le cercle de centre le milieu de l'hypoténuse [BC].

• Si un triangle ABC est inscrit dans un cercle et si [BC] est un diamètre du cercle alors ABC est rectangle A.



Un angle qui intercepte un diamètre :

• Si un angle intercepte le diamètre d'un cercle, alors l'angle est droit.



Angle inscrit :

• Si un angle inscrit ABC intercepte le même arc qu'un angle au centre $\widehat{AOC}$, alors

$\widehat{ABC} = 1/2\ \widehat{AOC}$

• Si deux angles inscrits interceptent le même arc ils sont égaux.

Droites remarquables :

Médiatrice

• La droite qui passe par le milieu d'un segment [AB] et qui est perpendiculaire au support (AB) est la médiatrice de [AB]

• Tous les points équidistants des extrémités d'un segment sont sur la médiatrice de ce segment.

• Les médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé **centre du cercle circonscrit**.

Hauteur

• Dans un triangle ABC, la droite qui passe par le sommet A et qui est perpendiculaire au support du côté [BC] est appelée hauteur relative à A.

• Les trois hauteurs relatives à chacun des sommets sont concourantes en un point appelé **orthocentre**.

Médianes

• Dans un triangle ABC, la droite qui passe par le sommet A et par le milieu I du côté [BC] est appelé médiane relative à A.

• Les médianes sont concourantes en un point appelé **centre de gravité** et situé aux 2/3 de chacune d'entre elles.

• Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse.

Bissectrices

• Dans un triangle ABC, l'axe de symétrie de l'angle de sommet A délimité par les demi-droites [AB) et [AC) s'appelle la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.

• Tout point de la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ est situé à égale distance des demi-droites [AB) et [AC).

• Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé **centre du cercle inscrit** (cercle tangent à chacun des trois côtés du triangle).

Droites remarquables et triangle isocèle

• Si dans un triangle ABC, la médiatrice de [BC] et la hauteur issue de A sont confondues alors ABC est isocèle de sommet principal A.

•Si ABC est un triangle isocèle de sommet principal A alors la médiatrice de [BC], la hauteur issue de A, la médiane relative à A et la bissectrice de BAC sont confondues.

Théorème de Pythagore :

• Si ABC est un triangle rectangle en A alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$

• *Réciproque* : Si dans un triangle ABC on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors ABC est rectangle en A.

Théorème de Thalès :

• Dans un triangle ABC, si la droite (MN) coupe AB en M et AC en N et est parallèle à (BC) alors AM/AB = AN/AC = MN/BC

• *Réciproque* : Dans un triangle ABC, si la droite (MN) coupe AB en M et AC en N et que AM/AB = AN/AC=M N/BC, alors (MN) // (BC).

Quadrilatères

Trapèze :

• Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles alors c'est un trapèze.
• Un trapèze qui a deux angles droits est un **trapèze rectangle.**
• Un trapèze dont les deux côtés parallèles sont de même longueur est un **trapèze isocèle**.

Parallélogramme :

• Si dans un quadrilatère, les côtés opposés sont parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.
• Si dans un quadrilatère, les côtés opposés sont égaux deux à deux alors c'est un parallélogramme.
• Si dans un quadrilatère, deux côtés opposés sont égaux et parallèles alors c'est un parallélogramme.
• Si dans un quadrilatère, les diagonales se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
• Si dans un quadrilatère, les angles opposés sont égaux deux à deux alors c'est un parallélogramme.
• Les angles consécutifs sont complémentaires (= 90°).

Losange :

• Si dans un quadrilatère, les quatre côtés sont égaux alors c'est un losange.
• Si dans un **parallélogramme**, les diagonales sont perpendiculaires alors c'est un losange.
• Si dans un **parallélogramme**, deux côtés consécutifs sont égaux alors c'est un losange.

Rectangle :

• Si dans un quadrilatère, 3 angles sont droits alors c'est un rectangle.
• Si dans un **parallélogramme**, les diagonales sont de même mesures alors c'est un rectangle.
• Si dans un **parallélogramme**, 1 angle est droit alors c'est un rectangle.

Carré :

Les diagonales d'un carré de côté c valent $c\sqrt{2}$.

Polygones réguliers

• Un polygone A1A2A3...An à n sommet est dit régulier lorsqu'il est inscriptible dans un cercle et que tous ses côtés ont même longueur.

Solides

Polyèdres :

• Définition : Solide limité par des faces qui sont toutes des polygones.
• Prisme droit : Polyèdre qui a deux faces superposables (les bases). Les autres sont des rectangles.
• Pavé droit (parallélépipède rectangle) ; Prisme droit qui a 6 faces rectangulaires.
• Cube : Pavé droit aux faces carrés.
• Pyramide : Polyèdre dont 1 face est un polygone convexe (la base). Les autres faces sont des triangles qui ont un sommet commun (le sommet) et dont un côté est le côté de la base.
Une pyramide est régulière si les triangles sont tous isocèles et la projection orthogonale de son sommet est la base.

Cylindres : Solide dont deux faces superposables (les bases) sont des disques.
Cône : Solide dont une face est un disque (la base), et un seul sommet.

Transformations géométriques

La symétrie axiale :

• Définie par la donnée d'un axe d
• M et M' sont symétriques par rapport à d si et seulement si d est la médiatrice du segment [MM'].

La symétrie centrale :

• Définie par la donnée d'un point O (le centre).
• M et M' sont symétriques par rapport à O si et seulement si O est le milieu du segment [MM'].

La rotation :

• Définie par la donnée d'un point O (le centre), d'un angle et d'un sens de rotation.
• M' est l'image de M par la rotation de centre O et d'angle 123° dans le sens direct (inverse des aiguilles d'une montre) si et seulement si OM = OM' et l'angle orienté MOM' vaut 123° (sens direct).

La translation : $\rightarrow$

Définie par la donnée d'un vecteur AB $\rightarrow$

4M' est l'image de M par la translation de vecteur AB si et seulement si ABM'M est un parallélogramme

La translation : $\rightarrow$

• Définie par la donnée d'un vecteur AB. $\rightarrow$
• M' est l'image par la translation de vecteur AB si et seulement si ABM'M est un parallélogramme.

Propriétés diverses pour toutes les transformations :

• L'image du milieu d'un segment est le milieu du segment image (conservation du milieu).
• L'image d'un segment est un segment de même longueur (isométrie).
• L'image de deux droites parallèles est deux droites parallèles (conservation du parallélisme).
• L'image de deux droites perpendiculaires est deux droites perpendiculaires (conservation de l'orthogonalité).
• L'image d'un angle géométrique est un angle de même mesure (hormis pur la symétrie axiale, il y a même conservation de l'orientation).
• Sauf pour la rotation, l'image d'une droite est toujours une droite parallèle.